

О БЫСТРОЙ ЕЗДЕ НА ВЕЛОСИПЕДАХ, ТАНДЕМАХ И Т.Д.

Уфа-2008

Проблема достижения больших скоростей при движении на велосипедах, тандемах и велосипедах

«И какой же русский не любит быстрой езды».
Н.В.Гоголь.

Быстрая езда, т.е. движение с достаточно большой по величине скоростью, по душе не только русским, но и всем остальным народам, населяющим нашу планету, но если при движении в космическом пространстве (или на Луне) даже имея скромную по мощности энергетическую установку, можно легко разогнаться до огромных скоростей (в-с лишь во времени), то в земных условиях, находясь на дне воздушного океана, часто представляющего собой рельефную поверхность с крутыми подъемами и спусками, величина достигаемой скорости определяется мощностью энергетической установки, которой мы располагаем, ибо с увеличением скорости, возрастают и силы сопротивления среды и после их уравнивания с разгоняющей силой дальнейшее увеличение скорости прекращается. Вот почему всеми нами любимая быстрая езда стала возможна только при применении на транспорте достаточно мощных энергетических установок и широком строительстве сети дорог, но еще до создания всевозможных моторов, было изобретено индивидуальное механическое транспортное средство, в котором в качестве энергетической установки выступает сам человек, со своими скромными энергетическими возможностями. И если по началу он большого выигрыша в скорости не давал (в отсутствии асфальтовых дорог и камер с покрышками) (разве что двигался быстрее пешехода), то, пройдя путь технической эволюции, он превратился в современное индивидуальное (а иногда и коллективное) транспортное средство, достигающее при благоприятных условиях значительных скоростей, при минимальных энергетических затратах. Современный велосипед может дать многократный выигрыш в скорости по сравнению с ходьбой и даже бегом. Этот «выигрыш» в скорости возникает, по сути, за счёт применения принципа рычага (малое плечо рычага имеет меньшую линейную скорость, чем большее при одинаковой скорости вращения), поэтому сравнительно небольшая линейная скорость вращения педалей велосипеда посредством жесткой цепной передачи превращается в довольно значительную линейную скорость вращения колеса, совпадающей со скоростью по совокупности движения велосипеда.

К примеру, пусть

R – радиус заднего колеса велосипеда,

L – длина шатуна,

N – число оборотов педалей в сек,

K – передаточное число (отношение числа зубьев шестеренки, стоящей на шатуне, к числу зубьев шестеренки, стоящей на втулке колеса),

V_k – линейная скорость колеса,

V_n – линейная скорость вращения педалей, тогда

$V_k/V_n = 2 \pi K N R / 2 \pi N L = K R / L$;

Далее по тексту: зеленым цветом обозначила формулы, которые в оригинале написал Сергей.

Красным или оранжевым пишу свои заметки

R – переобозначим через R

$$\frac{V_k}{V_n} = \frac{2\pi K N R}{2\pi N L} = \frac{K R}{L}$$

Из этой формулы видно, что при переключении скоростей, т.е. при изменении передаточного числа K , будет и изменяться и тот самый «выигрыш» в скорости вращающегося колеса, а значит и движения велосипеда, по сравнению со скоростью вращения педалей.

Например, при $K=4$, $L=175$ мм, $R=315$ мм,

$V_k / V_n = 4 \times 315 / 175 = 7,2$.

$$\frac{V_k}{V_n} = \frac{4 \times 315}{175} = 7,2.$$

Этот более чем семикратный «выигрыш» в скорости, обеспечивает (при 90 оборотов в мин шатунов при движении велосипеда скорость в 11,9 м/сек или около 43 км/ч.) И эту скорость и даже несколько большую (до 50 км/ч) велосипедист, находящийся на уровне мастера спорта и выше, может поддерживать довольно продолжительное время (4-8ч). Конечно, так быстро ездить может только велосипедная элита, большинство же людей перемещается с куда более меньшими скоростями (20 ± 5 км/ч) разумеется, по хорошей дороге. Многим бы хотелось ехать быстрее, но, увы, скромные физические возможности этого не позволяют.

Возникает вопрос, а с какой бы скоростью хотелось бы ехать на велосипеде? Конечно, у каждого на этот вопрос будет свой ответ, но всё же рискну предположить, что подавляющее большинство вполне устроила бы скорость от 50 до 90 км/ч, так как езда с более высокими скоростями приводила бы к дискомфорту при управлении и непреодолимому ураганному встречному ветру, но осуществление этого желания требует более чем 8-кратного увеличения мощности или же более чем 8-кратного уменьшения коэффициента аэродинамического сопротивления. Первое невозможно, ибо находится далеко за пределами физических возможностей человека, второе не возможно для самой конструкции современного велосипеда. В конструкциях веломобилей удалось, по моим прикидкам, добиться более чем 6-кратного уменьшения коэффициента аэродинамического сопротивления, и это, вполне возможно, еще не предел. Но, веломобили пока еще наиболее экзотический вид транспорта, который, насколько мне известно, даже серийно вообще не производится. Правда, следует оговориться, при езде на спусках велосипед может получить дополнительную мощность, величина которой зависит от крутизны спуска и тогда велосипед разгонится до 80 и более км/ч. Но эта добавочная «гравитационная» мощность тут же исчезает, как только заканчивается спуск, и таким образом, даже работая на пределе возможностей, велосипедист всё равно будет ехать со средней скоростью, не отвечающей его желанию, так как стабилизация скорости из-за малой его мощности наступает раньше, чем ему этого бы хотелось, кроме того, такие факторы внешней среды как поверхностный рельеф и ветер, в силу большой чувствительности к ним, приводят, как правило, к уменьшению средней скорости велосипедиста, за исключением тех «счастливых» случаях, когда движение происходит в одном направлении, совпадающем с направлением ветра, или с достаточно большим преобладанием спусков над подъемами. Это обстоятельство можно пояснить таким модельным примером – допустим, как это очень часто бывает, что первую половину пути велосипедист двигается со скоростью V_1 и вторую – со скоростью V_2 причём (для определённости) $V_1 > V_2$. Какова будет средняя скорость велосипедиста на всём пути?

Действуя по определению средней скорости, получим –

$$V = S / t = S / (S / V_1 + S / V_2) = V_1 V_2 / (V_1 + V_2),$$

т.е. средняя скорость за весь путь выражается через отношение 2-8 широко известных математических понятий, а именно – квадрата среднегеометрического V_1 и V_2 к их среднеарифметическому. Из этой формулы следует, что

$$V_2 < V < \sqrt{V_1 V_2} < (V_1 + V_2),$$

$$V_2 < V < \sqrt{V_1 V_2} < (V_1 + V_2)$$

при $V_1 > V_2$.

Таким образом, в данной ситуации, средняя скорость всегда будет ближе к меньшей скорости, т.е. наибольшую среднюю скорость можно показать при езде в безветренную погоду по ровной хорошей дороге.

И так, перечислим еще раз все факторы, определяющие среднюю скорость движения велосипедиста на всей дистанции (или её части). Это – средняя мощность, развиваемая велосипедистом (внутренний фактор), сопротивление среды (главным образом аэродинамическое), которое зависит, кстати, еще и от температуры, от посадки велосипедиста, наличие объемного груза на велосипеде, (действует всегда), отсутствие или наличие **ИНТ-НЫХ**

«воздушных течений» (как попутных так и встречных), рельеф на дистанции (отсутствие или наличие спусков и подъемов различной крутизны, масса велосипедиста (заметное влияние на подъеме и спусках, а также незначительное на коэффициент сопротивления), и, наконец, качество дорожного покрытия, ширина и давление в покрышках велосипеда. Ясно, что средняя скорость, развиваемая велосипедистом в данное время и в данных условиях является результатом совокупного действия (или отсутствия) этих факторов. Но какие факторы в той или иной ситуации являются главными, наиболее влиятельными? От чего, в конечном итоге, зависит средняя скорость велосипедиста?

Для ответа на эти и другие вопросы необходимо построить достаточно адекватную математическую модель процесса движения велосипедиста, в которой хотя бы часть этих факторов была бы связана количественно закономерностями. Тогда из анализа этой модели будет понятно, как и в какой мере эти факторы приводят к установлению именно такого, не иного значения средней скорости и как это значение можно сделать максимальным.

И так, начнем с наиболее общей постановки задачи, охватывающей всевозможные условия процесса движения велосипедиста.

Именно, на основе 2-го и 3-го закона Ньютона будем иметь такое уравнение силового баланса –

кп обозначу через N , яс;ф – через r , ;а – через α (для более понятного написания формул)
 $kп / V \pm M g \text{ яс;ф} = M dV / dt + ;а (V \pm B);$

$$\frac{N}{V} \pm Mgr = M \frac{dV}{dt} + \alpha(V \pm B),$$

где N – мощность, развиваемая велосипедистом,

V – его скорость.

M – его масса с велосипедом и грузом (если он есть),

g – ускорение свободного падения вблизи поверхности земли,

r – характеризует крутизну подъема или спуска,

t – время,

α – коэффициент сопротивления данного велосипедиста при данных условиях и соответствующей его посадке (главным образом – аэродинамический),

B – скорость ветра (или величина проекции скорости ветра на направление движение велосипеда).

Поскольку нас будет интересовать только скорость велосипедиста, установившуюся после его разгона, т.е. скорость, достигнутая в результате баланса сил тяги и сопротивления, то всегда после установления баланса сил будет

$$\frac{dV}{dt} = 0,$$

поэтому для нашей цели мы перейдем к решению более простого уравнения – $kп / V \pm M g \text{ яс;ф} = ;а (V \pm B) / ;$

$$\frac{N}{V} \pm Mgr = \alpha(V \pm B),$$

где знак (+) берётся в левой части на спуске, а (-) – на подъеме, а в правой части (-) – при попутном ветре, (+) – при встречном.

Это уравнение, вообще говоря, определяет 12 различных ситуаций, при которых может происходить движение велосипедиста, это – при движении по равнине $r = 0$, приходим к уравнению – $Kп / V = ;а / V + B);$

$$\frac{N}{V} = \alpha(V + B).$$

Будем иметь 2 различных уравнения $Kп / V = ;а V; (B=0)$

$$\frac{N}{V} = \alpha V, \text{ при } B=0.$$

И 2 других – при $B = 0$ на подъеме – $Kп / V - M g \text{ яс;ф} = ;а (V \pm B) / ?$

$$\frac{N}{V} - Mgr = \alpha(V \pm B).$$

Так же 3 различных уравнения на спуске. Исходное уравнение примет вид $-K_{\text{п}} / V + M g \sin \phi = m a (V \pm B) / V$;

$$\frac{N}{V} + Mgr = \alpha(V \pm B).$$

Это уравнение распадается еще на 6 различных уравнений, 3 уравнения определяют спуск с подкручиванием педалей, а 3 – свободный спуск при $N=0$.

Таким образом, зная условия, в которых в данное время движется велосипедист, можно, в принципе, определить скорость, соответствующую силовому усилию для данной дорожной ситуации. На пути приходится, как правило, решать субъективные уравнения. Но мы пойдем другим путём, чтоб лучше понять существующие закономерности, а именно – начнем наш анализ с самого простого частного случая $\alpha = 0, B=0$, тогда имеем $-K_{\text{п}} / V = m a V$;

$$\frac{N}{V} = \frac{\alpha}{?}$$

или $m a V = K_{\text{п}}$,

$$\frac{\alpha V}{?} = N,$$

Откуда $V = \sqrt[3]{K_{\text{п}} / m a}$

$$V = \sqrt[3]{\frac{N}{\alpha}}.$$

Необходимо отметить, что эта математическая модель процесса движения полностью абстрактна от самого способа передвижения в окружающей среде, поэтому она одинаково справедлива и для самокатов и для автомобилей, и для велосипедов, разумеется, ближе всего она подходит к определению движения летящих объектов в воздушном пространстве вблизи поверхности земли, а из всех велосипедов наиболее подходящими для неё являются спортивные велосипеды на дисковых колесах, ибо для них коэффициент сопротивления α не будет зависеть от скорости V и практически будет совпадать с лобовым аэродинамическим коэффициентом сопротивления, в то время как для велосипедов на спицевых колёсах, при значительных скоростях (а только такие нас интересуют) из-за этого торможения колёс α будет несколько увеличиваться.

Тем не менее, пытаясь пользоваться понятным эмпирическим коэффициентом сопротивления α для данного велосипедиста в данное время, в данных условиях погоды, можно построить вполне достоверную картину движения, достаточно близкую к реальности.

Наш анализ начнем с рассмотрения движения велосипедиста на равнинном участке дистанции при полном штиле ($r=0, B=0$) скорость в этой ситуации будем обозначать через V_p , тогда $K_{\text{п}} / V_p = m a V_p$ ш. ш

$$\frac{N}{V_p} = \alpha V_p ??,$$

$K_{\text{п}} = m a V_p$ ш /

$$N = \frac{\alpha V_p}{?}.$$

Откуда $V_p = \sqrt[3]{K_{\text{п}} / m a}$

$$V_p = \sqrt[3]{\frac{N}{\alpha}},$$

а сила тяги, которую нужно развивать для поддержания этой скорости $F_{\text{тр}} = K_{\text{п}} / V_p = \sqrt[3]{m a K_{\text{п}}}$;

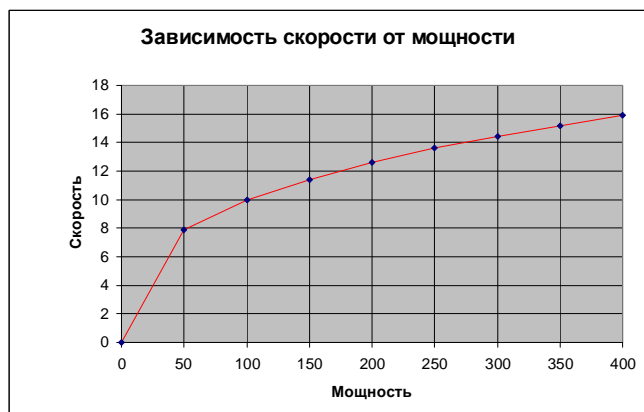
$$F_{\text{тр}} = \frac{N}{V_p} = \sqrt[3]{\frac{\alpha N}{?}}.$$

Из формулы для V_p следует, что величина скорости при движении велосипедиста на равнине (в отсутствии ветра) определяется отношением 2-8 параметров N и α , и чтобы она была максимальной, нужно постоянно развивать наибольшую мощность при минимальном коэффициенте сопротивления (т.е. максимально уменьшить пропорцию площади поперечного сечения на площадь нормальную к направлению движения), т.е. ехать в низкой посадке при $\alpha = 0,2$.

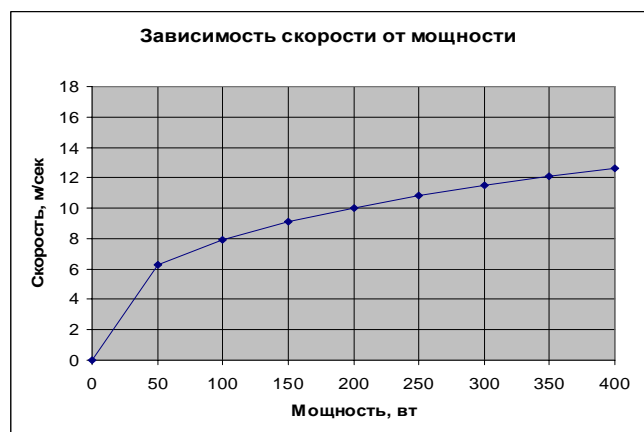
Приведем график зависимости скорости от развиваемой мощности кроме того, из формулы следует, что величина V_p от массы не зависит, хотя какая то косвенная связь может быть – более массивный гонщик может как правило, развивать и большую мощность, но увеличение массы гонщика влечёт за собой увеличение его объёма, а значит и поверхностных площадей, что привлечет к возрастанию коэффициента сопротивления α .

Поэтому однозначно сказать нельзя, кто окажется быстрее из 2 гонщиков, в конечном счёте, все решает величина $\frac{N}{\alpha}$. У кого она больше, тот и сможет проехать быстрее этот равнинный участок или круги на треке.

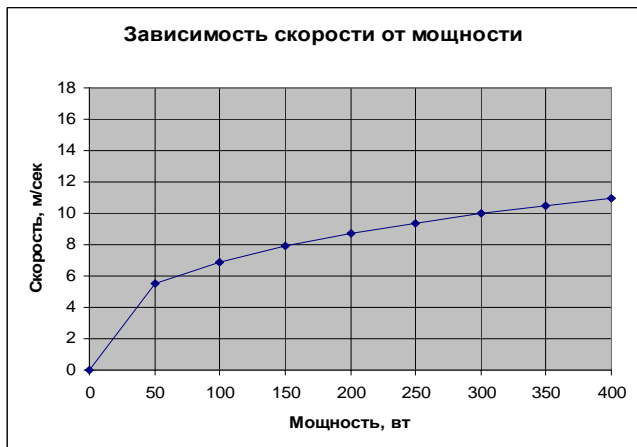
Приведём графики зависимости скорости от мощности при $\alpha = 0,1$; $0,2$ и $0,3$. Характер зависимости при $\alpha = 0,1$ соответствует гонщику на спортивном велосипеде, при $\alpha = 0,2$ – на горном, а при $\alpha = 0,3$ велосипедисту с габаритным грузом или тандему.



При $\alpha=0,1$



При $\alpha=0,2$



При $\alpha=0,3$

Сам коэффициент сопротивления α легко определить, например, скатившись в безветренную погоду с горы, крутизна которой известна, и замерив по компьютеру установившуюся максимальную скорость. Тогда, зная собственную массу и процент уклона, можно определить α из формулы $\alpha = Mg \sin \phi / V$; ;

$$\alpha = \frac{Mg \sin \phi}{V}$$

Кроме того, α , будет зависеть и от температуры воздуха и от посадки и от наличия дополнительного груза на велосипеде. Для достижения максимальной скорости он должен быть минимальным для данных условий погоды.

Теперь, легко можно ответить на вопрос, кто из 2 велосипедистов будет быстрее на равнинном участке –

$$V_{1p} / V_{2p} = \sqrt[3]{\alpha_2 / \alpha_1} \sqrt[3]{N_1 / N_2} = \sqrt[3]{\alpha_2 / \alpha_1} \sqrt[3]{N_1 / N_2}$$

$$\frac{V_{1p}}{V_{2p}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \times \sqrt[3]{\frac{N_1}{N_2}} = \sqrt[3]{\frac{N_1}{N_2}} \sqrt[3]{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$$

где индекс 1 относится к первому велосипедисту, а 2 – ко второму.

Таким образом, если коэффициенты сопротивления велосипедистов достаточно близки, значит, их относительно близки к 1, то различия в их скорости будут определяться, главным образом, различием их мощностей, вдобавок сглаженному $\sqrt[3]{\alpha}$. Вот почему так близки равнинные скорости у профессиональных гонщиков – их отношение не слишком сильно отклоняются от 1, поэтому разброс результатов при прохождении равнинной дистанции с отдельного старта будет небольшим.

Поскольку равнинная скорость V_p не зависит ни от влияния ветра, ни от влияния рельефа, т.е. является «собственной» скоростью велосипедиста, постольку представляется весьма удобным считать её в некотором смысле «эталонной» и влияние на движение среды оценивать как увеличение или уменьшение этой скорости. Такой подход позволяет наглядно проследить степень влияния замедляющих или ускоряющих факторов на движение велосипедиста.

Теперь рассмотрим движение велосипедиста на равнинном участке, едущего против ветра, дующего со скоростью B , тогда будем иметь $N / V = \alpha (V + B)$;

$$\frac{N}{V} = \alpha (V + B)$$

Или $N / \alpha = V + B$;

$$\frac{N}{\alpha} = \frac{V}{\beta} + B$$

представив $V = \beta V_p$ $V = \beta V_p$, $0 < \beta \leq 1$ и, вспоминая, что $N / \alpha = V_p$;

$$\frac{N}{\alpha} = \frac{V_p}{\beta} + B$$

B обозначу через B_1 , а β – через β , а α – α

$$\frac{\beta}{\pm 2B_1\beta} + \frac{B}{\beta - 1} = 0,745,$$

$$B = V / V_p$$

$$B_1 = \frac{B}{V_p}$$

После замены $\beta = \gamma - 2B_1$ придём к кубическому уравнению стандартного вида – $\gamma^3 - 1 - 2B_1\gamma + 2B_1 = 0$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 2} - \frac{1B_1}{\gamma - 2} = \frac{B_1}{\gamma - 1 - 0},$$

из которого можно найти

$$\gamma = \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} + \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} + \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} - \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} + \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} \Gamma$$

$$\gamma = \sqrt[3]{\frac{1 + (B_1/?)^2}{?}} + \sqrt[3]{\frac{1 + (B_1/?)^2}{?}} + \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} - \sqrt[3]{1 + (B_1/?)^2} / \sqrt[3]{??}$$

По этой формуле, понятной из теории решения кубических уравнений, зная B, можно найти γ , а значит, и β – коэффициент замедления равнинной скорости, поскольку нас интересует достаточно широкий диапазон скоростей ветра и их влияния на изменение скорости велосипедиста, то нам гораздо удобнее решить обратную задачу – по β находить B, ведь для этого надо решать лишь квадратное уравнение – $B^2 + 2B\beta + \beta - 1 = 0$,

$$\frac{B_1}{?} + 2B\beta + \frac{\beta}{?} - \frac{1}{\beta} = 0,$$

откуда имеющий физический смысл B_1 имеет вид – $B_1 = \sqrt{1 / \beta - \beta}$

$$B_1 = \sqrt{\frac{1}{\beta - \beta}}$$

По этой формуле можно легко проследить связь β и B_1 и представить её графически.

Из вычислений следует, что ветер встречный, дующий со скоростью $0,9V_p$, уменьшает скорость велосипедиста в 2 раза, по сравнению с его скоростью на равнине, а при $B=0,63V_p$, велосипедист будет двигаться также со скоростью $V=0,63V_p$.

Ветер, дующий со скоростью $V_p=0$ (порядка 5-6 м/сек), уменьшит скорость велосипедиста на 30% по сравнению с равнинной при его отсутствии.

В случае движения по ветру уравнение, определяющее установившуюся скорость, примет вид – $N / V = \alpha (V - B)$;

$$\frac{N}{V} = \frac{\alpha(V - B)}{?}$$

или, сокращая на $V_p/?$, предполагая $V = \beta V_p$ $V = \beta V_p$, где $\beta \geq 1$ $\beta \geq 1$ - коэффициент возрастания скорости, потому $\beta^2 - 2\beta + 1 = 0$

$$\frac{\beta}{\beta - 2B_1r} + B\beta - 1 = 0,41$$

также гораздо удобнее решать обратную задачу по заданному коэффициенту возрастания скорости β находить B_1 , нежели находить β через B_1 из громоздких формул для корней кубического уравнений, поэтому мы будем решать лишь квадратное уравнение $B^2 - 2B\beta + \beta - 1 = 0$,

$$\frac{B_1}{?} - 2\beta B + \frac{\beta}{?} - \frac{1}{\beta} = 0,$$

откуда нужный нам корень будет иметь вид – $B = \sqrt{1 / \beta - \beta}$

$$V_1 = \beta - \sqrt{\frac{1}{\beta}}$$

По этой формуле можно легко вычислить несколько значений V_2 при соответствующих β и придать графически связь этих параметров.

Вставить график – нет данных.

Так при скорости ветра в $0,5V_p$ (порядка 5–6 м/сек) скорость велосипедиста увеличится на 36%, $V_k + \beta$ скорость велосипедиста возрастёт на 75%. Сильный попутный ветер порядка $1,3V_p$ (13–16 м/сек) приведёт к удвоению скорости велосипедиста, т.е. при достаточно сильном попутном ветре велосипедист может двигаться, так сказать, в режиме парусника ($k_p=0$) только силой аэродинамического давления ветра, при этом будет $V < B$. При $V=B$ и считая, что сила аэродинамического давления и силы сопротивления движения понизят скорость до того уровня, при котором возникшая вновь сила аэродинамического давления уравнивает их. Уравнение баланса сил будет иметь вид – $\beta \cdot (B - V) = F_{сопр}$,

здесь заменим β на δ , чтобы отличать от α

$$\frac{\delta(B - V)}{\beta} = F_{сопр}$$

где $F_{сопр}$ – сила сопротивления движению не аэродинамической природы, δ – чисто аэродинамический коэффициент давления набегающего потока (δ должен быть меньше α), тогда $V = B - \sqrt{\frac{F_{сопр}}{\delta}}$; $F_{сопр} / \beta = \sqrt{\delta}$.

$$V = B - \sqrt{\frac{F_{сопр}}{\delta}}$$

Чем ближе скорость велосипедиста к скорости ветра, тем меньше силы неаэродинамического сопротивления движению. Для того чтобы движение под действием ветра вообще начиналось, необходимо чтобы $\beta \cdot B / \delta > F_{сопр}$ –

$$\delta B > F_{сопр}$$

Теперь пользуясь полученными результатами, можно рассмотреть несколько типичных ситуаций, в которых проявляются эффекты, связанные с наличием попутного или встречного ветра –

1) пусть регулярно проходится одна и та же равнинная дистанция иногда в безветренную погоду, а иногда в присутствии ветра в оба конца, поскольку дистанция проходится в оба конца, то половину дистанции (для определённости) он едет по ветру, половину – против. Если скорость прохождения дистанции – V_p , то, как будет влиять скорость ветра на скорость V прохождения дистанции в ветреную погоду. Обозначая через $V_1 = \beta V_{1p}$ – скорость велосипедиста по ветру

через $V_2 = \beta V_{2p}$ – против ветра, будем иметь –

$$V = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\beta V_{1p}V_{2p}}{\beta V_{1p} + \beta V_{2p}}$$

$$V = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\beta V_{1p}V_{2p}}{\beta V_{1p} + \beta V_{2p}}$$

Определив по B β_1 и β_2 можно легко найти V и объяснить степень её падения, представив это всё графически.

Нужно бы вставить график - не знаю, как вычислить.

Здесь обращает на себя внимание то обстоятельство, что слабый встречный ветер до $0,15V_p$ (до 3 м/сек) практически не оказывает влияния на среднюю скорость (снижает её на 1%) и даже ветер в $0,5V_p$ (5 – 7 м/сек) снижает её не более чем на 2% и только ветер со скоростью равной V_p снижает её на 27% – более чем на четверть удлиняя на 27% тем самым время прохождения дистанции по сравнению со временем прохождения в безветренную погоду.

2) дополним, что равнинную дистанцию проходят 2 велосипедиста со скоростями V_{1p} и V_{2p} , причем (для определённости) $V_{1p} > V_{2p}$ и временем её прохождения t_1 и t_2 соответственно. Как изменится соотношение скоростей и разрыв по времени при наличии на дистанции встречного или попутного ветра? При движении против ветра будем иметь –

$V_1 / V_2 = ;\beta_1 V_{1p} / , \beta_2 V_{2p} = ? \beta_1 / \beta_2 ? . V_{1p} / V_{2p} ? > V_{1p} / V_{2p} ? ,$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\beta_1 V_{1p}}{\beta_2 V_{2p}} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{V_{1p}}{V_{2p}} > \frac{V_{1p}}{V_{2p}},$$

ибо $\beta_1 > \beta_2$,

а следовательно, и разница во времени $-t_2 / ;\beta_1 - t_1 / ;\beta_2 > t_2 - t_1$

$$\frac{t_2}{\beta_1} - \frac{t_1}{\beta_2} > t_2 - t_1$$

(это обстоятельство почему-то для меня показалось весьма неожиданным – встречный ветер сильнее тормозит более слабого).

При движении по ветру картина будет такова – $V_1 / V_2 = ;\beta_1 / \beta_2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2},$$

а V_{2p} ш у, ибо здесь $;\beta_1 < ;\beta_2 \quad \beta_1 < \beta_2$ и $;\beta_1 p=1 \quad \beta_{1p} = 1$ и $;\beta_2 >= 1 \quad \beta_2 \geq 1$,

а следовательно и разрыв по времени

$t_2 / \beta_2 - t_1 / \beta_1 = ? t_2 t_1, - t_1 ;\beta_2 / ;\beta_1 ;\beta_2 ? <=? t_2 ;\beta_2 - t_1 ;\beta_1 \beta_2 ? <= t_2 - t_1$

$$\frac{t_2}{\beta_2} - \frac{t_1}{\beta_1} = \frac{t_2 t_1 - t_1 \beta_2}{\beta_1 \beta_2} = \frac{t_2 \beta_2 - t_1 \beta_1}{\beta_1 \beta_2} \leq t_2 - t_1$$

(попутный ветер больше помогает более слабому).

Разумеется, теперь влияния встречного фактора будет зависеть и от его скорости и от соответствия равнинных скоростей велосипедистов.

Для примера, рассмотрим ситуацию при умеренном ветре, скорость которого $B=0,5V_{2p}$, $V_{1p}=1,2V_{2p}$ ш,

$$B=0,5 V_{2p}; \quad V_{1p}=1,2 V_{2p}$$

тогда $V_1 / V_2 = 1,2, 0,74, \quad 0,7 \quad k = 1,27$

$$\frac{V_1}{V_2} = 1,2 \times 0,74 / 0,7 = 1,27$$

– при движении против ветра, а разница во времени

$$T=1,27 - 1 / 1,67 ? k=1,21$$

$$T = 1,27 - ? = 1,21,$$

где T – время движения 2-го велосипедиста против ветра.

В отсутствии ветра же разрыв по времени составил бы

$$T; ш? 1,2 - 1 / 1,2 ? = 1 + T ;,$$

где T ; - время движения 2-го при $B=0$, но $T=T; / 0,7 \quad k=1,43 \quad T;$, поэтому при движении против ветра разрыв по времени будет, $1,43. 0,21 \quad T;$ $k=0,3 \quad T;$, т.е. разрыв по времени увеличивается в 1,8 раз!

Когда же будут двигаться при таком же, но попутном ветре картина будет выглядеть так – $V_1 / V_2 = 1,15$,

$$\frac{V_1}{V_2} = 1,15,$$

а следовательно, разница во времени составит $T . ? 0, 15 / 1,15 ? \quad K=0,13 \quad T \quad k=0,1 \quad T;$,

что в 1,7 раза меньше, чем при движении в безветренную погоду. Таким образом, приведенный пример показывает, что даже средне умеренный ветер может оказать весьма существенное влияние на расстановку сил на многих участниках марафонских дистанций.

2) поскольку при спуске с гор движение велосипедиста может происходить только под действием сил гравитации ($N=0$), рассмотрим для начала, этот более простой случай, при этом скорость, которая установится при таком движении, мы будем называть скоростью свободного спуска и обозначать V_{1cc} . Уравнение силового баланса тогда примет вид – $P_{гяс}; \phi = ;a (V_{1cc} + ..B)$

$$P_{gr} = \alpha(V_{1cc} + B),$$

$$V_{1cc} = V \sqrt{y P g \text{ яс; } \phi / ; a ; - + B}$$

$$V_{1cc} = V \sqrt{\frac{Pgr}{\alpha} \pm B},$$

где B скорость встречного или попутного ветра. При полном штиле ($B=0$), будем иметь $V_{1cc} = \sqrt{Mg \text{ яс; } \phi / ; a ; \Gamma = V_{1всс} \sqrt{\text{яс; } \phi} = \sqrt{Mg \text{ кп} / \text{кп} ; a ; \Gamma} \cdot \sqrt{\text{яс; } \phi} = V_p \cdot \sqrt{Mg / \text{кп} / V_p} \text{ ???} \cdot \sqrt{\text{яс; } \phi} = V_p \cdot \sqrt{Mg / \text{кп} / \text{кп} ; a ; \Gamma} \cdot \sqrt{\text{яс; } \phi} = \sqrt{\text{кц яс; } \phi} \Gamma V_p$

$$V_{1cc} = \sqrt{\frac{Mgr}{\alpha}} = V_{1cc} \sqrt{r} = \sqrt{\frac{MgN}{N\alpha}} \sqrt{r} =$$

где $\text{кц} = ; Mg / \text{кп} / \text{кп} ; a ; \Gamma$, силовая $\text{яс; } \phi$, $V_{1всс}$ – скорость ветренного свободного спуска.

Кц обозначу через w .

$$\text{Поэтому, } V_{1всс} = \sqrt{\text{кц} \Gamma} \cdot V_p,$$

$$V_{1cc} = \sqrt{wg} V_p$$

т.е. $V_{1всс}$ – в $\sqrt{\text{кц}}$ раз больше V_p .

Таким образом и V_{1cc} можно выражать через «эталонную» для каждого велосипедиста V_p , тогда, учитывая что $B_1, B_2 V_p$, для движения при ветре будем иметь –

$$V_{2cc} = (\sqrt{\text{кц яс; } \phi} \Gamma \pm B_2) \cdot V_p.$$

Очевидно, что при движении против ветра должно выполняться условие –

$$\sqrt{\text{кц яс; } \phi} > B_2, \text{ т.е.}$$

$$\text{Яс; } \phi > B_2 / \sqrt{\text{кц}}.$$

На спуске при $B=0$ величина V_{1cc} для данного велосипедиста будет зависеть только от крутизны спуска (при достаточной длине для разгона), причём для увеличения скорости в 2 раза, крутизна спуска (r), должна возрасти в 4.

Для велосипедиста такой r для которого $V_{1cc}=V_p$, что определяется условием – $wr=1$.

$$\text{И откуда } \text{Яс; } \phi = 1 / \text{кц} = \sqrt[3]{a \text{ кп} / ? / M G} = ? \text{ кп} / B g V_{2p} = ? V_{1вп} / V_{2p},$$

где $V_{1вп}$ – скорость вертикального подъема (максимальная) велосипедиста. Таким образом, $r=1/w$, можно считать границей между пологими и крутыми спусками – при крутизне спуска $r < 1/w$ – пологие, при $r \geq 1/w$ – крутые, ибо тогда скатывающая сила будет превосходить собственную силу тяги велосипедиста при максимальной скорости на равнине, а следовательно V_{1cc} будет $\geq V_p$. Константа w показывает во сколько раз собственный вес велосипедиста превосходит его силу тяги при движении по равнине с максимальной для него скоростью, поэтому чем больше w , тем сильнее будет зависеть скорость велосипедиста от рельефа дистанции.

Для велосипедиста величина w своя и для большинства велосипедистов будет находиться в пределах $30 < w < 50$. поэтому $r=1/w$ это примерно 2-3%. Таким образом, уже 3-5% спуске (при достаточной их длине) будут разгонять велосипедистов до скоростей, превышающих V_p . Во время спуска мощность, развиваемая силой гравитации $\text{кп, } g$ (обозначу через N, g) представляется как $\text{кп, } g = Mg \text{ яс; } \phi V_{1cc} = \sqrt{\text{кц яс; } \phi} \Gamma \text{ яс; } \phi Mg V_p = \sqrt{\text{кц яс; } \phi} \Gamma \text{ яс; } \phi \sqrt[3]{a \text{ кп} / ? \Gamma^3 \sqrt{\text{кп} / ; a} \Gamma = \text{кц яс; } \phi, \sqrt{\text{кц яс; } \phi} \text{ кп}.$

$$N, g = MgrV_{1cc} = \sqrt{wrg} r M V_p = \sqrt{wrg} r w \sqrt[3]{\frac{\alpha N}{g}} \sqrt[3]{\frac{N}{\alpha g}} = wr \sqrt{wrN} \quad \text{Поэтому на достаточно}$$

крутых спусках N, g будут многократно превышать собственную мощность велосипедиста N , что лишает большого смысла в подкручивании педалей.

Например, при $r=4/w$ (порядка 12%) $\text{епёг} = 8N$, и добавление собственной мощности приведет к незначительному увеличению скорости.

Остается еще установить, как будут соотноситься на спуске скорости 2 велосипедистов – $V_1/V_2 = ? V_{1всс} / V_2, \text{ всс ш} ? = \sqrt{a_2 / a_1} \Gamma_2 \sqrt{M_1 / M_2} \Gamma (B=0)$.

Таким образом, можно заведомо сказать, что при свободном спуске V_{1cc} будет больше V_{2cc} , если $M_1 > M_2$ и $\alpha_1 \leq \alpha_2$, при $\alpha_1 > \alpha_2$ превосходство M_1 над M_2 уже, вообще говоря, не гарантирует превосходство V_{1cc} над V_{2cc} .

Теперь перейдем к более сложному случаю движения на спуске, при котором велосипедисту приходится вращать педали ($N=0$). Исходящее уравнение тогда примет вид – $\text{Кп} / V_{1c} + Mg \text{ яс; } \phi = ; a (V_{1c} \pm B) / ?$

$$\frac{N}{V_{1c}} + Mgr = \alpha(V_{1c} \pm B)$$

или $K_{\text{п}} / \alpha + ? Mg V_{1c} \text{яс}; \phi / ; \alpha ? = V_{1c} \text{ш} / - + - 2 B V_{1c} \text{ш} / ? + B / ? V_{c}$,

и, предполагая V_{1c} в виде $V_{1c} = k V_p$, где $K \gg 1 < \sqrt{k}$

коэффициент увеличения скорости, причем

$$V_p / - + K K_{\text{ц}} \text{яс}; \phi V_p / - = K / - V_p \text{ш} / - + - 2 B k / ?$$

$$V_p / ? + K B / ? V_p,$$

или, сокращая на $V_p / -$ и учитывая $K / - + - 2 ; B K / ? + (; B / ? - K_{\text{ц}} \text{яс}; \phi) K - 1 = 0$

В отсутствии ветра ($B_1=0$) оно примет вид –

$$K / - - K_{\text{ц}} \text{яс}; \phi K - 1 = 0$$

Откуда $K = \sqrt[3]{1 + \text{яс}; \phi} / - \Gamma + \sqrt[3]{1 - \text{яс}; \phi} / - \Gamma$,

Но гораздо удобнее решать обратную задачу по заданному K , находить r , а, именно –

$\text{яс}; \phi = ; K / - - 1 / k_{\text{ц}} K ?$

Тогда п-м при

$$K=1,1 \quad \text{яс}; \phi=0,3 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,2 \quad \text{яс}; \phi=0,6 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,3 \quad \text{яс}; \phi=0,9 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,4 \quad \text{яс}; \phi=1,2 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,5 \quad \text{яс}; \phi=1,6 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,6 \quad \text{яс}; \phi=1,9 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,7 \quad \text{яс}; \phi=2,3 / k_{\text{ц}}$$

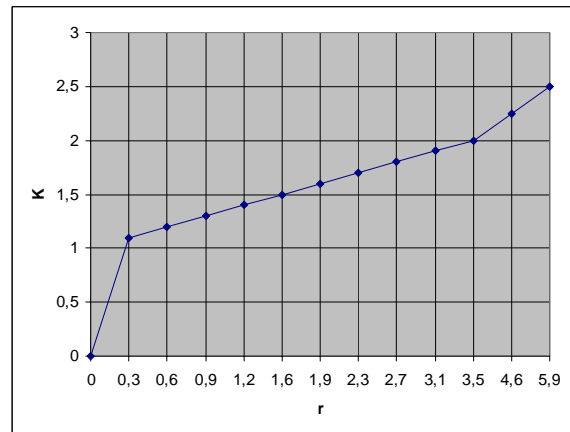
$$K=1,8 \quad \text{яс}; \phi=2,7 / k_{\text{ц}}$$

$$K=1,9 \quad \text{яс}; \phi=3,1 / k_{\text{ц}}$$

$$K=2 \quad \text{яс}; \phi=3,5 / k_{\text{ц}}$$

$$K=2,25 \quad \text{яс}; \phi=4,6 / k_{\text{ц}}$$

$$K=2,5 \quad \text{яс}; \phi=5,9 / k_{\text{ц}}$$



На спуске, крутизна которого $r=3,5/w$ подкручивание педалей увеличит V_{1c} лишь на 7% по сравнению с V_{1c} ($V_{1c}=2V_p$, $V_{1c}=1,87 V_p$)

При крутизне $r=5,9/w$ подкручивание добавит лишь около 3% ($V_{1c}=2,5 V_p$, $V_{1c} k=2,4 V_p$).

Для 2 велосипедистов на спуске будем иметь –

$$V_{1c} / V_{2c} = ; k_1 M_p / k_2 V_{2p};$$

Отсюда следует, что

$$V_{1c} \text{ будет } \geq V_{2c}, \text{ если } V_{1p} \geq V_{2p}$$

и $k_1 \geq k_2$.

Во всех остальных случаях ситуация будет определяться конкретными параметрами.

При движении на спуске против ветра коэффициент **ди-всации** скорости будет зависеть от **б-х нез-х** параметров β и B_1 , поэтому полное представление об его поведении может дать плоскость в 3-8-мерном пространстве. Это обстоятельство делает довольно затратным графики представления поведения k , так как в 10 раз возрастает объём **выг-ний** для понимания дискретной сетки значений k в **инт»**)е измерения параметров $;\phi$ и B_1 . И всё же, придавая параметру k различные (интересующие нас **=н-я**), т.е. проводя сечение плоскости различными плоскостями), мы можем **пролл-ть исп-я** уравнения как их соотношения между параметрами $;\phi$ и B_1 будет обеспечивать выборочное значение k .

Например, при спуске против ветра может возникнуть эффект компенсации скатывающей силы и встречного воздушного потока, что приводит к значению $k=1$. тогда, согласно уравнению **(;)**, значение $k=1$ обеспечивается **созт-ем ;в/; +2 ;в -кц ;яс; ф = 0**

Откуда **;в=√1 + кц ;яс; ф Г -1**

При выполнении этого условия скорость велосипедиста не будет увеличиваться на спуске, из этого соответствия легко вычислить какова должна быть скорость встречного ветра чтобы при данной крутизне спуска скорость велосипедиста не увеличилась по сравнению с его равнинной.

К примеру, при $r=1/w$ V_1 $k=0,4$, а при $r=2/w$, $V_1=0,7$, при $r=3/w$ $V_1=1$, таким образом встречный ветер порядка 10 и более км/сек не даст увеличить скорость велосипедисту даже на таком крутом спуске порядка 9-10%!

Удобнее всего выражать $\gamma; \phi$ через параметры k и V_1 . Тогда будем иметь –

$$\gamma; \phi = (k + v) / (-1/k / k\phi); \dots$$

Очевидно, что при движении против ветра ($v > 0$),

$$\gamma; \phi \quad 0 < k < k_0$$

где k_0 при $V_1=0$ будет ли увеличиваться или уменьшаться скорость велосипедиста при спуске против ветра по сравнению с V_p , зависит от соотношения крутизны спуска и скорости встречного ветра на данном спуске во время движения.

Например, при $r=1/w$, $k=1,1$, будем иметь – $(k_1 + v) / (-2,1/1,1)$

Откуда $v \quad k_1 \quad 0,3$.

Если же на этом же спуске окажется $0,9$, то значит дул встречный ветер $k=0,5 V_1$.

При $k=1$ возникает эффект полной компенсации скатывающей силы и силой сопротивления, связанной с наличием встречного ветра, и тогда велосипедист на спуске движется с такой же скоростью, как и на равнине. Это приводит к соответствию – $\gamma; \phi = v / (2; v/k\phi)$

Например, при $r = ?/w$, $V_1 \quad k=0,4$,

$$\gamma; \phi = 2/k\phi; \quad v \quad k=0,7,$$

При $r=3/w$, $v=1$,

При свободном спуске ($N=0$), такая ситуация, как при $r = 4/w$.

Таким образом, зная эту равновесную кривую соотношения r и V_1 , мы можем определить, как будет вести себя скорость велосипедиста на данном спуске при имеющемся встречном ветре (иллюстрация графиком).

Вставить график – нет данных.

Конечно, если сравнить скорости велосипедиста на равнине и спуске при встречном ветре, то на спуске она всегда будет увеличиваться, причем примерно во столько же раз, во сколько она увеличивается при движении велосипедиста в отсутствии ветра.

При спуске по ветру велосипедист получает помощь сразу 2 стихий – силе гравитации и набегающего воздушного потока, поэтому именно при езде велосипедиста в этих условиях его скорость может возрасти до крейсерских скоростей автомобилей (при соответствующей крутизне и скорости ветра). Это наиболее благоприятные условия для движения велосипедиста. В этом случае k V_1 и r будут связаны так – $K\phi \gamma; \phi = (k - v) / (-1/k)$,

$$K \quad r = (K - V) / ? - 1/K$$

здесь k – коэффициент увеличения скорости велосипедиста при попутном ветре на спуске, $r > 0$, здесь уже $k > 1$. и опять, хотя в реальной жизни нам бывают заданы крутизна спуска и скорость ветра по которым мы должны определить скорость велосипедиста, но чтобы не решать кубическое уравнение, проще по K и V_1 находить r . проведя вычисления для сетки значений параметров K и V_1 (в интервалах их возможных измерений, мы получим достаточно хорошее представление о поведении K в зависимости от M и r .

Например, на спуске при крутизне $r=0,2/w$, при попутном ветре $v=0,5$ $K=1,5$ (при $v=0$, $K=1,1$ на этом же спуске).

На спуске крутизной $r=1/w$ (2-3%) при таком же ветре скорость велосипедиста увеличится в 1,8 по сравнению с V_p (такое увеличение скорости в безветрии будет наблюдаться только при крутизне около $r=2,7/w$ порядка 6-8%).

Таким образом, попутный ветер делает спуски более «крутыми», а встречный – более «пологими» при ураганном попутном ветре ($V_1 \quad K=2,4$) на спуске крутизной $r=5,9/w$ (12-15%) можно попробовать увеличить скорость в 4,9 раз по сравнению с V_p (180-200 и более км/ч). В безветрие до таких скоростей мог бы разогнать только 50-процентный спуск! Следует заметить, что при движении на спуске в отсутствие ветра велосипедист получает дополнительную мощность от гравитационного поля земли $k\phi, r = M \quad g \quad \gamma; \phi \quad V_{1c} = M \quad g \quad \gamma; \phi \quad k > V_p = k\phi \quad \gamma; \phi \quad k > k\phi$

$$N, g = Mgr \quad V_{1c} = MgrKV_p = w \quad rKw,$$

где k - коэффициент возв-я V_p на спуске при $V_1=0$. встречный ветер уменьшает K для этого спуска ($k < k_0$), а попутный увеличивает. Между тем как мощность «гравитационной подпитки» велосипедиста в этих случаях будет также выражаться как $k_p, \gamma = k \cdot k_c \cdot \gamma_c; \phi \cdot k_p$

$$N, g = k \cdot w \cdot r \cdot N.$$

Таким образом, попутный ветер как бы приоткрывает «энергетический кран», а встречный – убавляет. Так как при встречном ветре в силе сопротивления воздушного потока присутствует компонента, не связанная с движением велосипедиста, а при попутном – компенсационная сила сопротивления возникает только при более значительных скоростях, чем при $V_1=0$.

К примеру, при том же ураганном ветре на спуске (**крутизна**) $\gamma=5,9/w$ велосипедист получит подпитку (**мощность**) $N, g=5,9, 4,9 N \cdot k=28,9N$. Это колоссальная помощь!

На спуске при попутном ветре, очевидно, будет $k > k_0$, (k_0, β)=? K - коэффициент увеличения V_p на этом же спуске при $V=0$.

Тетрадь № 2

По ветру уравнение, определяющее установившуюся скорость, будет иметь вид – $K_p/V = a(V-B)/V$;

$$\frac{N}{V} = \frac{\alpha(V-B)}{?}$$

Или $V_p/V = V/V - 2B/V + B/V$;

$$\frac{V_p}{?} = \frac{V}{?} - \frac{2BV}{?} + \frac{B}{V}$$

и представляя $V = \beta V_p$ $V = \beta V_p$, где $\beta \geq 1$ – коэффициент возрастания скорости на V_p/V положим $\beta/V - 2B\beta/V + B/V - 1 = 0$, $\beta - 2B\beta + B - V = 0$. После замены $\beta = \gamma + 2B/V$, получим $K/V - 1 - 2B/V + B/V - 1 = 0$,

$$\frac{K}{?} - 1 - \frac{2B}{?} + \frac{B}{?} - 1 = 0,$$

тогда $k_c = 4\sqrt{1 - (B/V)/V} + \sqrt{1 - (B/V)/V} \cdot \Gamma + \sqrt{1 - (B/V)/V} - \sqrt{1 - (B/V)/V} \cdot \Gamma$

$\beta=1,1$; $B=2,2828$	$\beta=1$	$B=2,2828$
$\beta=0,1$; $B=3,0622$	$\beta=0,1$	$B=3,0622$
$\beta=1$ « - ; $B=2,7034$	$\beta=1$	$B=2,7034$

По ветру –

$\beta=1,1$ - ; $B=0,146$	$\beta=1,1$	$B=0,146$
$\beta=1,2$ - ; $B=0,287$	$\beta=1,2$	$B=0,287$
$\beta=1,25$ - ; $B=0,3555$	$\beta=1,25$	$B=0,3555$
$\beta=1,333$ - ; $B=0,467$	$\beta=1,33$	$B=0,467$
$\beta=1,5$ - ; $B=0,6835$	$\beta=1,5$	$B=0,6835$
$\beta=1,75$ - ; $B=0,994$	$\beta=1,75$	$B=0,994$
$\beta=2$ - ; $B=1,2928$	$\beta=2$	$B=1,2928$
$\beta=2,5$; $B=1,8675$	$\beta=2,25$	$B=1,8675$
$\beta=3$; $B=2,4226$	$\beta=3$	$B=2,4226$
$\beta=1,4$ - ; $B=0,5546$	$\beta=1,4$	$B=0,5546$
$\beta=1,36$ - ; $B=0,502$	$\beta=1,36$	$B=0,502$

$\beta(1-x)/(1-x) - 10 = ? - 10 ?$ Γ

Ялм $x > 0$; $1/x$; $-1/2 \gamma$; x ; $= \gamma$ лм $x > 0$ ш; x ; $1/2x$; $= 1$;

$K_p/V = a(V+B)/V$;

$V_{рш}/V = V/V + 2BV/V + B/V$;

При $V = \beta V_p$ $V = \beta V_p$

$$0 < \beta \leq 1 \quad 0 < \beta \leq 1$$

и то получим – $\beta \cdot \dots + 2; \beta \dots; \beta; \beta \cdot \beta - 1 = 0$,
 где $\beta = V/V_p$ после замены, $\beta = \dots$; β , получим –
 $\beta \dots - 7; \beta; \beta - (2; \beta \dots + 1) = 0$,
 для которого можно написать –
 $\beta = \sqrt[3]{1; \beta; \beta \dots}$, « $\sqrt{1; \beta; \beta \dots} - 38 \ll \beta; \beta + \Gamma + \sqrt[3]{1; \beta; \beta \dots}$ »

Кии. А) $\beta \dots - 35; (\sqrt{7; \beta; \beta} \Gamma - 4) (\sqrt{7; \beta; \beta} \Gamma + 4) / (\sqrt{7; \beta; \beta} \Gamma + 4) (-5\beta; +14\beta - 3) = \beta \dots - 3$; $(\beta + 3)(\beta - 3) / (\sqrt{7; \beta; \beta} \Gamma + 4)(\beta + 3)(5\beta - 1) = \beta \dots - 3$; $\beta - 3 / (\sqrt{7; \beta; \beta} \Gamma + 4, 2(5\beta - 1)) = -6 / -16, 8; = 3 \ll$.

Ялм $\beta \dots > 0$; $\beta \dots (2\beta)(\sqrt{1; \beta; \beta} \Gamma + \sqrt{1; \beta; \beta} \Gamma) / 2\beta \dots = \beta \dots > 0$; $8 \beta; / 6 \beta; ; = 4$.

Ясм $\beta \dots > 0$ $(1 - \beta) / -10 / -\beta; = \beta \dots > 0$
 $\sqrt{\beta \dots + 1; \beta \dots} - 38 \ll$,
 $\beta; \beta + \Gamma \Gamma$

- При $\alpha = 0,3$
- 50 вт – 5,5 м/сек,
 - 100 вт – 6,9 м/сек,
 - 150 вт – 7,9 м/сек,
 - 200 вт – 8,7 м/сек,
 - 250 вт – 9,4 м/сек,
 - 300 вт – 10 м/сек,
 - 350 вт – 10,5 м/сек,
 - 400 вт – 11 м/сек.

Против ветра

$\beta = 0,9$ - $\beta = 0,154$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,154$
$\beta = 0,8$ - $\beta = 0,318$	$\beta = 0,8$	$\beta = 0,318$
$\beta = 2$ - $\beta = 0,558$	$\beta = 2$	$\beta = 0,558$
$\beta = \dots; \beta = 0,6299$	$\beta = \dots$	$\beta = 0,6299$
$\beta = 0,6$ - $\beta = 0,69$	$\beta = 0,6$	$\beta = 0,69$
$\beta = 0,5$ - $\beta = 0,9142$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,9142$
$\beta = 1$ - $\beta = 1,3987$	$\beta = 1$	$\beta = 1,3987$
$\beta = 1$ - $\beta = 1,75$	$\beta = 1$	$\beta = 1,75$
$\beta = 0,2$ - $\beta = 2,036$	$\beta = 0,2$	$\beta = 2,036$
$\beta = 0,17$ - $\beta = 0,495$	$\beta = 0,17$	$\beta = 0,495$

Таблицы для V_p при $\beta = 0,1$

- 50 вт – 7,9 м/сек,
- 100 вт – 10 м/сек
- 150 вт – 11,4 м/сек
- 200 вт – 12,6 м/сек
- 250 вт – 13,6 м/сек
- 300 вт – 14,4 м/сек
- 350 вт – 15,2 м/сек
- 400 вт – 15,9 м/сек.

При $\alpha = 0,2$

- 50 вт – 6,3 м/сек,
- 100 вт – 7,9 м/сек,
- 150 вт – 5,1 м/сек,
- 200 вт – 10 м/сек,

250 вт – 10,8 м/сек,
 300 вт – 11,45 м/сек,
 350 вт – 12,05 м/сек,
 400 вт – 12,6 м/сек.

$(\kappa\beta + \sqrt{1/\beta - \beta}) / (1/\kappa\beta - \kappa/\beta - 1/\kappa\beta)$;

$\kappa/\beta + 2; \kappa\beta(\sqrt{1/\beta - \beta}) + 1/\beta - 2; \beta\sqrt{1/\beta + \beta}) = \kappa/\beta + 2; \beta\sqrt{1/\beta}\Gamma(\kappa - 1) + \beta/(1 - 1) + 2; \beta\sqrt{1/\beta}\Gamma(\kappa - 1 + 1); \kappa - 1/\kappa; \beta$
 $= (\kappa - 1)(\beta/(\kappa - 1) + 2; \beta\sqrt{1/\beta + 1/\kappa\beta}) =$

Тетрадь № 3.

Статья о движении на велосипедах и тандемах Февраль 2008 г.

К3. Движение велосипедиста на подъеме.

Перейдем к рассмотрению движения велосипедиста на подъеме. В этой ситуации основное уравнение баланса сил, обеспечивающих установившуюся скорость, примет вид –
 $a(V, \mu + B) = \kappa p / V, \mu - mg \sin \alpha; \phi$

$$\alpha(V_n + B) = \frac{N}{V_n - Mgr}$$

или, после преобразования $V, \mu = \kappa V_p, B = B V_p$

$$V_n = \kappa V_p + B = B V_p,$$

Потом $a V_p \sin \alpha / (\kappa + B) = \kappa p / V_p + mg \sin \alpha; \phi$

$$\alpha V_p (\kappa + B) = \frac{N}{\kappa V_p + Mgr}$$

После чего, потом $-(\kappa + B) = 1/\kappa - \kappa \sin \alpha; \phi$,

$$\kappa + B = \frac{1}{\kappa - r}$$

После сокращения на N и учитывая, что $a V_p \sin \alpha / \beta = \kappa p$ и $mg V_p = \kappa p$,
 Окончательно, $\kappa \sin \alpha; \phi = 1/\kappa - (\kappa + B)/\beta$;

$$wr = \frac{1}{\kappa + B}$$

Вот эта связь 3-8 параметров и определяет ту скорость, с какой будет двигаться велосипедист на данном подъеме крутизной r при заданном попутном или встречном ветре $B = B V_p$.

Для начала рассмотрим движение при $B_1 = 0$. Тогда уравнение примет вид – $\kappa \sin \alpha; \phi = 1/\kappa - B/\beta$;

Где $\kappa \sin \alpha; \phi = \kappa$ при $B_1 = 0$.

При этом очевидно, что $1/w < \kappa \sin \alpha; \phi$ (ибо на подъеме $\sin \alpha; \phi > 0$), всегда будет наблюдаться уменьшение скорости по сравнению с V_p , чтобы по заданному r находить $\kappa \sin \alpha; \phi$, надо решать кубическое уравнение, аналогично предыдущему, мы будем решать обратную задачу по заданному $\kappa \sin \alpha; \phi$ находить r .

Придавая $\kappa \sin \alpha; \phi$ различные значения, мы получим соотношение значения r , а тем самым и полное представление поведения этих параметров, которые будут представлены графически некой кривой, после чего будет легко я(?). Подъема аргументом r указать соответствующий $\kappa \sin \alpha; \phi$.

Итак, будем иметь таблицу значений –

$\kappa = 0,9$	$r = 0,3/\kappa \sin \alpha; \phi$
$\kappa \sin \alpha; \phi = 0,8$	$0,6/\kappa \sin \alpha; \phi$
$\kappa \sin \alpha; \phi = 0,7$	$0,9/\kappa \sin \alpha; \phi$

;кё»=0,6	1,3/кц
;кё»=0,5	1,75/кц
;кё»=0,4	2,3/кц
;кё»=0,3	3,2/кц
;кё»=0,2	5/кц
;кё»=0,1	10/кц

Так будет падать скорость у любого велосипеда, если «изменить» крутизну подъема в $1/w$. Но поскольку каждый велосипедист характеризуется своей w , то величина ;кё» на одном и том же подъеме будет отличаться от ;кё» другого велосипедиста – замедление скорости будет больше у того велосипедиста, у которого больше w , так как для этого велосипедиста подъем как бы «круче».

Таким образом, на подъеме скорость велосипедиста (при $V_1=0$) представляется как –
 $V_p = ;кё» V_p = ;кё» k_{ц} V_{вп} = (1 - ;кё» / -) ; V_{вп} / яс; ф ; = (1 - ;кё» / ..) V_{п} = v .. V_{п} = V_{вп} ш / яс; ф -$
 Скорость подъема при отсутствии силы сопротивления,
 $V_{вп} = k_{п} / мг.$

Следует отметить, что при крутизне подъема $r = 1/кц(2Л), 3Л)$,

Когда скатывающая сила – $Mg/w =$ силе тяги велосипедиста при езде на равнине со скоростью V_p , ;кё» $k=0,68$, т.е. потеря в скорости составляет 32%, это означает, что уже на таком подъеме на преодоление сопротивления воздуха велосипедист будет тратить около 31% своей мощности, а остальные 69% пойдут на увеличение его потенциальной энергии.

Тут можно считать (условно) подъемы с крутизной $r < 1/w$ – пологими, а с крутизной $r > 1/w$ – «крутыми», на подъемах крутизной $r = 2/w$ (4% - 6%) уже будет наблюдаться у всех велосипедистов падение скорости на 55%, при этом на преодоление сопротивления воздуха будет расходоваться всего около 9 % мощности.

Таким образом на подобных и более крутых подъемах роль аэродинамического фактора становится пренебрежимо малой при $V=0$.

Теперь можно априори ответить на вопрос – кто из двух велосипедистов быстрее заедет на один и тот же подъем? В самом деле, имеем – $V_{п} = (1 - ;кё; 0ш / ..) V .., п$
 $V ; п = (1 - ;к; 0ш / ..) V - ; п ..$

Из этих пред-ний следует, что при условии $V_{,вп} > V_{;п}$ (а значит и $V ; вп > V ; п$) и $кцё, > = цё;$ заведомо обеспечивают выполнение $V_{,п} > k V ; п$, ибо тогда и $(1 - ;кё; 0ш / ..) > = (1 - кё; 0ш / ..)$, кроме того если дополнительно вып-ся $V_{,р} > V ; р$, до $V_{,п} > V ; п$ уже независимо от соотношений $кцё,$ и $кцё;$ т.е. условия $V_{,вп} > V ; вп$ и $V_{,р} > V 4р$ обеспечивают выполнение – $V_{,п} > V ; п$, но если $V_{,п} < V ; п$, то означает $кцё, < кцё;$ и тогда условие $V_{,вп} > V ; вп$ не гарантирует выполнения $V_{,п} > V ; п$ по крайней мере на «пологих подъемах» и только на достаточно «крутых» в связи с резким падением аэродинамического сопротивления (ввиду достаточной малости ;кё, 0ш / .. и ;кё; 0ш / ..) всё же пресл-ет $V_{,п} > V ; п$ (при «достаточной разнице $V_{,вп}$ и $V ; вп$).

Поскольку на спусках и подъемах одинаковой крутизны действуют скатывающие силы также одинаковые по величине, постольку между ;кё» и кё» устанавливается связь в виде $K ; + ; к. ; = 1/к + 1/к$ из этого уравнения и кё» и ;кё» (соответственно симметрично) выражается как корни кубического уравнения, например, пусть кё» у нас задано, тогда относительно ;кё» имеем –
 $;кё» . - + (к. ; - 1/к) - 1 = 0,$

Откуда, согласно формулы для кубических уравнений, будем иметь –
 $;кё» = 3\sqrt[3]{1 ; + \sqrt{1. + 1} ; = (к. ; - 1/к) . - ГГ + 3\sqrt[3]{1 ; - \sqrt{1. + 1} ; = (кё» . ; - 1/кё») ГГ,$

Таким образом, зная повышающий коэффициент скорости на спуске крутизной r , мы можем найти по этой формуле понижающий коэффициент ;кё» на подъеме такой же крутизны.

Наконец, теперь мы можем проследить влияние холмов или горных перевалов на пути следования велосипедиста на его среднюю скорость.

Действительно, пусть на пути следования велосипедиста предстоит преодолеть подъем, после которого следует спуск такой же крутизны (часто встречающаяся ситуация) ветер при этом отсутствует ($v=0$), каково будет падение средней скорости на этом перевале и как это падение будет зависеть от крутизны подъема и спуска?

Для $V_{,ср}$ будем иметь –

$$V_{,ср} = ; 2 V_{,п} V_{,с} / V_{,п} + V_{,с} ; ; ; кё» кё» / ; кё» + кё» ; V_p = ; 2 / ; кё» .. ; + кё» . ; ; V_p V_{,с} = кё» V_p =$$

лкV_p,

где лк=;2 ;кё» кё» / ;кё»+кё» ;= ;2/;кё»...;+кё»...; ;-

понижающий коэффициент скорости при r=0,3/w (менее1%), лк=0,99 при

яс;ф=0,6/кц – 0,96

яс;ф=0,9/кц – 0,91

яс;ф=1,2/кц – 0,87

яс;ф=1,6/кц – 0,78

яс;ф=1,9/кц – 0,73

яс;ф=2,3/кц – 0,65

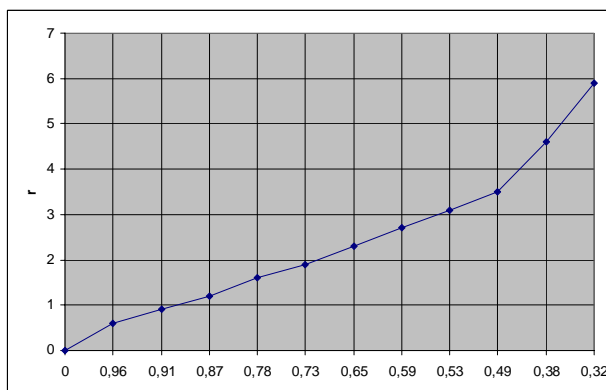
яс;ф=2,7/кц – 0,59

яс;ф=3,1/кц – 0,53

яс;ф=3,5/кц – 0,49

яс;ф=4,6/кц – 0,38

яс;ф=5,9/кц – 0,32 (иллюстрация графиком).



Таким образом, наличие на дистанции «пологих» перевалов (до 2-3%) приводит к падению равнинной скорости велосипедиста не более чем на 10%, вот «крутые» холмы оказывают значительный тормозящий эффект – при крутизне порядка 50 6% падение уже до 35% при 8% - 10% - около половины! Вот почему так сильно понижаются средние скорости велосипедистов при прохождении горных систем.

Представляется весьма интересным проследить как будет меняться скорость велосипедиста при подъеме с грузом.

Будем считать, что масса велосипедиста увеличится в Q раз, 1<Q≤1,5, при этом коэффициент аэродинамического сопротивления может возрасти в P раз, 1≤P≤1,5, тогда, обозначая скорость подъема велосипедиста с грузом через V,п будем иметь для одного и того же велосипедиста –

(V,п)/- =кп-мG яс ;ф V,п

P;ф V, пш//=-кп-гмG яс ;ф V,п

Деля 2-е на 1-е, получим

P(V,пш/V,п)//=-; кп/ кп- мG яс ;ф V,п;-; чмG яс ;ф V,п / кп- мG яс ;ф V,п;

И обозначая через γ V,п / V,п, получим –

Pγ//=- ;1/1 – w к r ;-γ, r, или

γ//+; Q/п, K w r/1- K w r ;

γ/1/п

;1/1 K w r; =0-

Это кубическое уравнение строгого вида, из которого легко можно получить γ. (Через γ я обозначила ;ц)

Если груз не увеличивает ;ф (P=1), то уравнение принимает вид –

;ц//+; Чк кц яс ;ф/1-K кцяс;ф ; ;ц-/1- K кц яс ;ф ;=0,

Откуда также легко определяется ;ц, при этом можно написать – 1/Ч<;ц<1

Учитывая, что K>//- кц яс ;ф=1- K>//- можно еще представить эти уравнения и в таком виде

–

;ц//+ Q(1/K>//-1);ц-1/K>//- =0,

Для P ;а –

;ц//+ Q/п(1/к>//-1);ц

1/P;к>//-;=0

И так, V,п=;цV,п

Где в случае P=1

1/Q<;ц<1, например, при r=1/кц увеличение массы велосипедиста на 25% приведет к его замедлению лишь на 10%, хотя его V,вп при этом упадет на 20%.

На более крутом подъеме в r=1,75/кц, на котором скорость падает на половину по сравнению с V_p, V,п уже потеряет около 15% по сравнению с его же V,п или около 57% по сравнению с V_p.

Наконец на крутом подъеме $r=5/w$ велосипед с грузом в 0,25 М будет двигаться на 19,7% медленнее чем без груза, ($\gamma k=0,803$).

Таким образом (при $P=1$ падение скорости груженого велосипеда наиболее ярко выражено на «крутых» подъемах, в то время как на «пологих» оно менее значительно (на пологом подъеме крутизной $r=0,3/w$; $\gamma k=0,97$), т.е. на таком подъеме наличие груза в 0,25 м уменьшит скорость велосипедиста лишь на 3% по сравнению с его же скоростью, но без груза).

Очевидно, что груз существенно увеличивающий коэффициент аэродинамического сопротивления, будет проявлять заметный тормозящий эффект лишь на «пологих» подъемах, например, полагая, что при $Q=1,25$ и $P=1,25$, получим, что на подъеме $r=1/w$, $\gamma k=0,87$ (при $P=1$ $\gamma k=0,9$), на подъеме крутизной $1,75/w$ $\gamma k=0,83$ (при $P=1$ $\gamma k=0,85$)

На подъеме крутизной $r=5/w$, $\gamma k=0,802$ (при $P=1$ $\gamma k=0,803$),

Вот на «пологом» подъеме крутизной $r=0,3/w$ – $\gamma k=0,91$ (при $P=1$ $\gamma k=0,97$), т.е. в этом случае аэродинамическое торможение превалирует над «гравитационным».

Переходим к рассмотрению движения велосипедиста в самых неблагоприятных условиях – на подъеме против встречного ветра.

В этом случае велосипедисту приходится бороться против 2-8 тормозящих факторов – гравитационного и повышенного аэродинамического торможений.

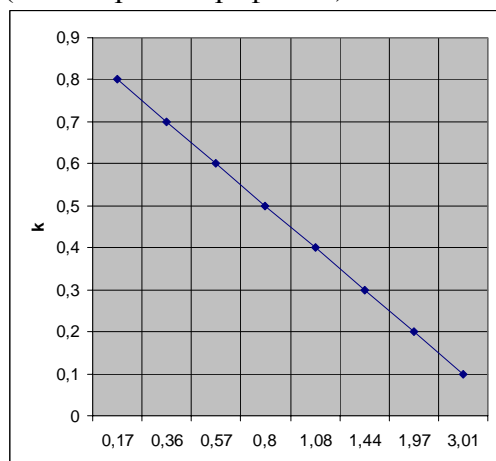
В этих условиях максимально возможная скорость движения на подъеме $V_{п};k$ V_p , определяется уравнением – $w r=1/k - (k+v)/;$

И поскольку, вообще говоря, k здесь уже зависит от 2-8 неизвестных параметров r и v , то полное представление об его поведении может дать некоторая плоскость в 3-р-мерном пространстве. Хотя, конечно, для данных конкретных значений параметров r и V_1 , решая соответствующее кубическое уравнение, можно найти соответствующий замещающий коэффициент k , который будет действовать на данном подъеме при определенном встречном ветре для этого велосипедиста. Для получения некоторого представления о влиянии скорости встречного ветра на k , мы рассмотрим его поведение для 3-8 случаев – «пололого», «пограничного», и «крутого» подъемов.

При $r=0,3/w$ (менее 1%) как мы знаем тогда $k=0$, естественно при появлении встречного ветра ($V_1>0$) $k<0$, а именно –

$k=0,8$	$v k=0,17$
$k=0,7$	$v k=0,36$
$k=0,6$	$v k=0,57$
$k=0,5$	$v k=0,8$
$k=0,4$	$v k=1,08$
$k=0,3$	$v k=1,44$
$k=0,2$	$v k=1,97$
$k=0,1$	$v k=3,01$

(иллюстрация графиком)



При $r=1/w$, $\kappa \gg$

$K=0,68$, потому, будем иметь –

$\kappa=0,6$ - ; $v \kappa=0,22$

$\kappa=0,5$ - ; $v=0,5$

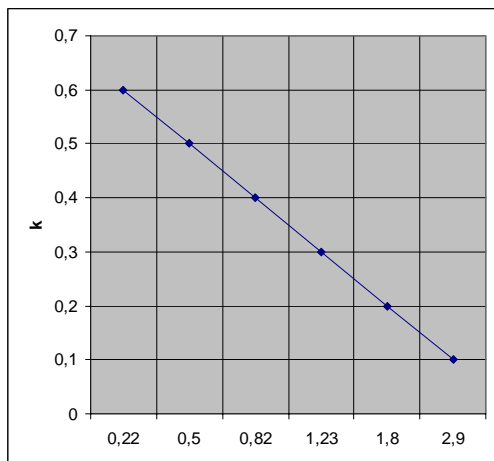
$\kappa=0,4$ - ; $v \kappa=0,82$

$\kappa=0,3$ - ; $v \kappa=1,23$

$\kappa=0,2$ - ; $v=1,8$

$\kappa=0,1$ - ; $v=2,9$

(иллюстрация графиком)



На подъеме крутизной $r=1,75/w$, $\kappa \geq 0,5$, по этому –

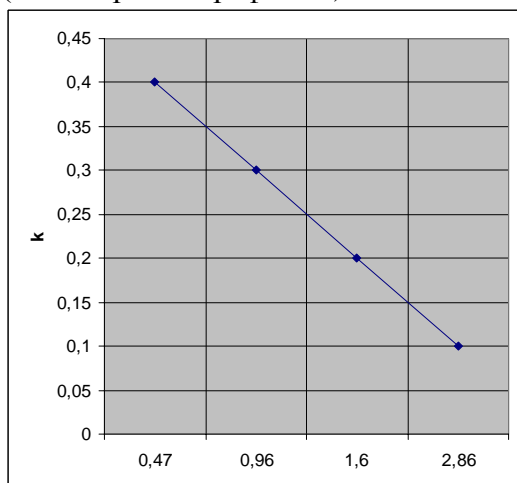
$\kappa=0,4$ - ; $v \kappa=0,47$

$\kappa=0,3$ - ; $v \kappa=0,96$

$\kappa=0,2$ - ; $v \kappa=1,6$

$\kappa=0,1$ - ; $v \kappa=2,86$

(иллюстрация графиком)



Из этих таблиц следует, что чем круче подъем, тем более сильный встречный ветер приводит к понижению $V_{п}$ на $0,1 V_{p,1}$

Также ураганный ветер порядка $2V_1$ (более 30м/сек) приводит к падению скорости велосипедиста в 10 раз практически на любом подъеме или даже на равнине.

Переходим, наконец, к рассмотрению движения велосипедиста в более благоприятных условиях – подъем при попутном ветре, дующим со скоростью $V=V_1 V_p$.

В этом случае (при $\kappa=V_1$) движение самого воздушного потока уменьшает силу аэродинамического сопротивления вплоть до ее полного исчезновения при $\kappa=V_1$ при превышении v над κ (что означает, $V > V_{п}$ воздушный поток будет подталкивать велосипедиста, частично или полностью компенсируя скатывающую силу подъема, т.е. из силы аэродинамического

сопротивления превращается в силу аэродинамического давления, со-направленной с силой тяги велосипедиста.

Поэтому, уравнение, определяющее движение велосипедиста в такой ситуации примет вид
 $K_2 \gamma c; \phi = 1/k; \gamma - (\gamma; v) \dots$; при $v \leq \gamma; k$ и
 $K_2 \gamma c; \phi = 1/k; \gamma + (\gamma; v) \dots$; при $v > \gamma; k$
 В «пограничном» случае при $\gamma; k = v$, будем иметь –
 $K_2 \gamma c; \phi = 1/k; \gamma$, откуда
 $\gamma; k = 1/k_2 \gamma c; \phi = v$

Таким образом, если велосипедист будет двигаться на подъеме со скоростью попутного ветра ($V, p = B$), что представляет собой движение при полном отсутствии силы аэродинамического сопротивления, то

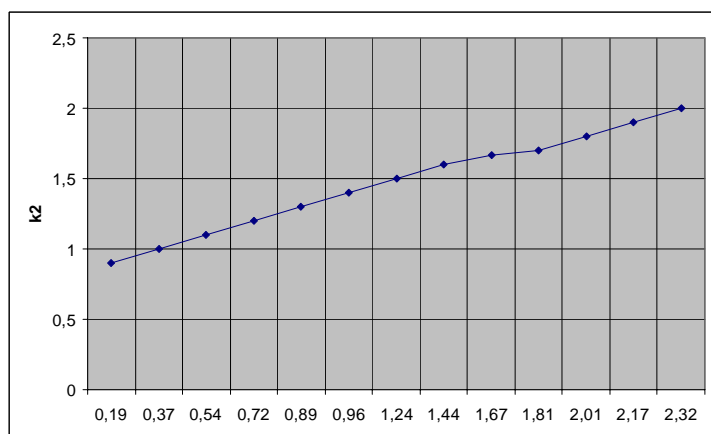
$$V, p = k_2 V, p = V, p / k_2 \gamma c; \phi = V, p / \gamma c: \phi.$$

Именно, при условии $k_2 = B$, эта формула описывает зависимость V, p от r (как будто движение происходит в безвоздушном пространстве).

Поэтому, на «пологих» подъемах V, p может быть гораздо больше V, p (сила аэродинамического сопротивления отсутствует, а скатывающая сила $Mg \sin r$ и чем сила тяги велосипедиста при V, p).

Полное представление о поведении k_2 на подъеме при попутном ветре могла бы дать некоторая плоскость в 3-8 мерном пространстве, поэтому для иллюстрации характера зависимости рассмотрим зависимость k_2 от B_2 для «пологих», «крутых» и «пограничных» подъемов, при $r = 0,6/w$, будем иметь

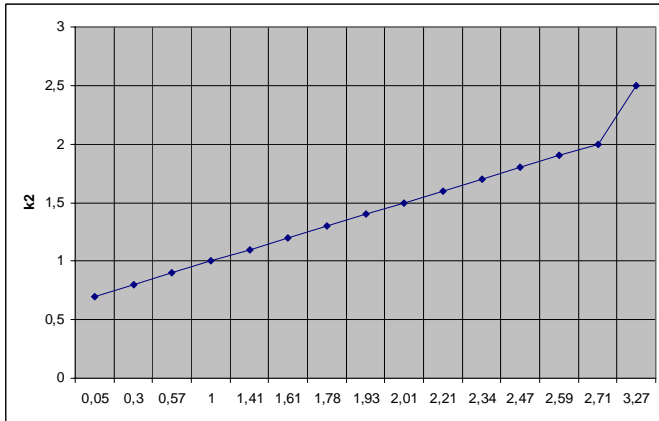
$K_2 = 0,9$	$B_2 k = 0,19$
$K_2 = 1$	$B_2 k = 0,37$
$K_2 = 1,1$	$B_2 k = 0,54$
$K_2 = 1,2$	$B_2 k = 0,72$
$K_2 = 1,3$	$B_2 k = 0,89$
$K_2 = 1,4$	$B_2 k = 0,96$
$K_2 = 1,5$	$B_2 k = 1,24$
$K_2 = 1,6$	$B_2 k = 1,44$
$K_2 = 1,67$	$B_2 k = 1,67$
$K_2 = 1,7$	$B_2 k = 1,81$
$K_2 = 1,8$	$B_2 k = 2,01$
$K_2 = 1,9$	$B_2 k = 2,17$
$K_2 = 2$	$B_2 k = 2,32$ (иллюстрация графиком)



Теперь рассмотрим поведение k_2 на более крутом подъеме ($r = 1/w$) –

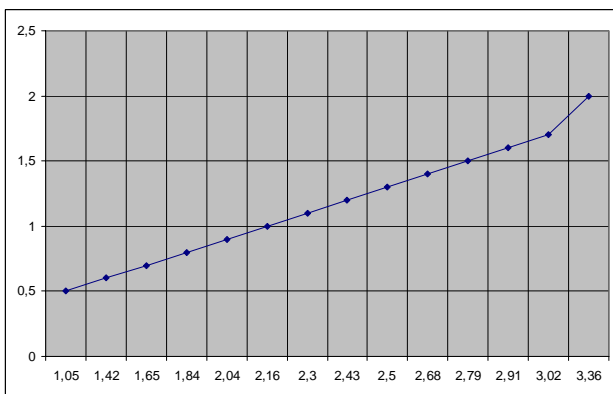
$k_2 = 0,7$	$B_2 k = 0,05$
$K_2 = 0,8$	$B_2 k = 0,3$
$K_2 = 0,9$	$B_2 k = 0,57$
$K_2 = 1$	$B_2 k = 1$
$K_2 = 1,1$	$B_2 k = 1,41$

$K_2=1,2$	$B_{2K}=1,61$
$K_2=1,3$	$B_{2K}=1,78$
$K_2=1,4$	$B_{2K}=1,93$
$K_2=1,5$	$B_{2K}=2,01$
$K_2=1,6$	$B_{2K}=2,21$
$K_2=1,7$	$B_{2K}=2,34$
$K_2=1,8$	$B_{2K}=2,47$
$K_2=1,9$	$B_{2K}=2,59$
$K_2=2$	$B_{2K}=2,71$
$K_2=2,5$	$B_{2K}=3,27$ (иллюстрация графиком)



На подъеме крутизной $\gamma = 2,3/w$ попутный ветер, дующий со скоростью $V_1 = B_2 V, p$ будет увеличивать $V, p = K_2 V, p$ так

$K_2=0,5$	$B_{2K}=1,05$
$K_2=0,6$	$B_{2K}=1,42$
$K_2=0,7$	$B_{2K}=1,65$
$K_2=0,8$	$B_{2K}=1,84$
$K_2=0,9$	$B_{2K}=2,04$
$K_2=1$	$B_{2K}=2,16$
$K_2=1,1$	$B_{2K}=2,3$
$K_2=1,2$	$B_{2K}=2,43$
$K_2=1,3$	$B_{2K}=2,5$
$K_2=1,4$	$B_{2K}=2,68$
$K_2=1,5$	$B_{2K}=2,79$
$K_2=1,6$	$B_{2K}=2,91$
$K_2=1,7$	$B_{2K}=3,02$
$K_2=2$	$B_{2K}=3,36$ (иллюстрация графиком)



На крутых подъемах пока скорость ветра меньше $1/w \gamma$ (т.е. пока он понижает силу аэродинамического сопротивления среды), его влияние не существенно и только когда его

скорость $V_1 = B_2 V_p$ превышает V_p/w $r = V_p/w$, $r > 1/w$ (когда возникает сила аэродинамического давления частично или полностью компенсирующая скатывающую силу), тогда и наблюдается заметное увеличение скорости V_p велосипедиста.

Тогда как на «пологих» подъемах, где существенную роль продолжает играть сила аэродинамического сопротивления, даже слабый попутный ветерок может существенно увеличить скорость V_p велосипедиста.

Здесь также можно упростить условия, при которых происходит полная компенсация скатывающей и силой аэродинамического давления., когда велосипедист, как бы не замечает, что он преодолевает подъем, так как его $V_p = V_p$ (т.е. при этом $k_2 = 1$), эффект «аэродинамической компенсации».

Эти условия будут выглядеть так – $B_2 = 2B + k_2 \gamma c; \phi = 0$ ($0 < B_2 \leq 1$)

$$B_2 = 2B + wr = 0; (0 < B_2 \leq 1)$$

$$B_2 - 2B + 2 - rwzc \gamma a = 0 (B_2 > 1),$$

т.е. $B_2 = 1 - \sqrt{1 - k_2 \gamma c; \phi}$

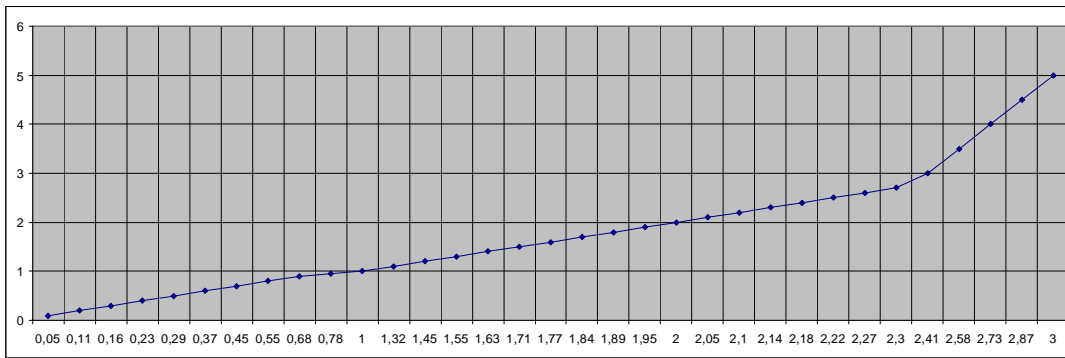
При $0 < r \leq 1/w$

$$B_2 = 1 + \sqrt{w r - 1}$$

При $r > 1/w$

И так соответствующая таблица –

$\gamma c; \phi = 0, 1/k_2$	$B_2 k = 0, 05$
0,2/ k_2	$B_2 k = 0, 11$
0,3/ k_2	$B_2 k = 0, 16$
0,4/ k_2	$B_2 k = 0, 23$
0,5/ k_2	$B_2 k = 0, 29$
0,6/ k_2	$B_2 k = 0, 37$
0,7/ k_2	$B_2 k = 0, 45$
0,8/ k_2	$B_2 k = 0, 55$
0,9/ k_2	$B_2 k = 0, 68$
0,95/ k_2	$k = 0, 78$
1/ k_2	$B = 1$
1,1/ k_2	$k = 1, 32$
1,2/ k_2	$k = 1, 45$
1,3/ k_2	$k = 1, 55$
1,4/ k_2	$k = 1, 63$
1,5/ k_2	$k = 1, 71$
1,6/ k_2	$k = 1, 77$
1,7/ k_2	$k = 1, 84$
1,8/ k_2	$k = 1, 89$
1,9/ k_2	$k = 1, 95$
2/ k_2	$B_2 = 2$
2,1/ k_2	$k = 2, 05$
2,2/ k_2	$k = 2, 1$
2,3/ k_2	$k = 2, 14$
2,4/ k_2	$k = 2, 18$
2,5/ k_2	$k = 2, 22$
2,6/ k_2	$k = 2, 27$
2,7/ k_2	$k = 2, 3$
3/ k_2	$k = 2, 41$
3,5/ k_2	$k = 2, 58$
4/ k_2	$k = 2, 73$
4,5/ k_2	$k = 2, 87$
5/ k_2	$B_2 = 3$ (иллюстрация графиком)



Как следует из вычислений «пологие» подъемы «сглаживаются» попутным ветрами, скорость которых порядка 10-12м/сек. А вот подъемы, круче $r > 1/w$, для своего «сглаживания» требуют зачастую прямо-таки «ураганных» ветров – 12-15% подъемы будут казаться «равниной» только при движении в воздушном потоке, несущемся со скоростью 30-35м/сек. Думаю, ехать в таком воздушном течении будет крайне неуютно.

Представляется весьма интересно рассмотреть в-с как повлияет скорость велосипедиста при спуске увеличении его массы в Q раз с увеличением (или без) в P раз коэффициента аэродинамического сопротивления ($1 \leq Q \leq 2$, $1 \leq P \leq 1.5$) / при свободном спуске и $V_2=0$ будем иметь – $V_{cc} = \sqrt{Mg \text{ яс;ф} / P}$ / $V_{cc} = QMg \text{ яс;ф} / P$

$$V_{cc} = \sqrt{\frac{Mg r}{V_{cc}}} = \frac{QMg r}{P},$$

где V_{cc} – скорость грузового велосипедиста при свободном спуске, тогда $V_{cc}/V_{cc} = \sqrt{Q/P}$,

$$\frac{V_{cc}}{V_{cc}} = \sqrt{\frac{Q}{P}},$$

т.е. при езде с грузом на одном и том же спуске скорость его увеличится в $\sqrt{Q/P}$ раз, а если груз не увеличивает силу аэродинамического сопротивления ($P=1$), то упростив \sqrt{Q} . При спуске с педалированием зависимость V_c от Q и P становится более сложной, в самом деле из 2-8 уравнений – $V_c \text{ ш/-к}r + mg r V_c$

$$\frac{V_c}{R + MgrV_c}$$

и P $V_c \text{ ш/-к}r + mg \text{ яс;ф} V_c, Q$

$$PV_c = R + MgrV_c Q.$$

Деля 2-5 на 1-5 получим –

$P \frac{V_p}{V_c} = \frac{R}{R + MgrV_c} + \frac{QMg r V_c}{R + MgrV_c}$

$$P \frac{V_p}{V_c} = \frac{R}{R + MgrV_c} + \frac{QMg r V_c}{R + MgrV_c}$$

Или обозначая ... (..., с ш / V_c через, получим

$P = \frac{1}{1 + kwr}$

$$P = \frac{1}{1 + kwr}$$

$Q \text{ к кц яс;ф} / 1 + \text{к кц яс;ф}$

$$\frac{Qkwr}{1 + kwr}$$

Или $\frac{Qkwr}{1 + kwr} = 0$

Кубическое уравнение строгого вида относительно ..., решая, которое мы получим ..., если $P=1$, то всегда ... > 1 , при ... $= 1$ должно выполняться условие

$P = 1 + Q \text{ к кц яс;ф} / 1 + \text{к кц яс;ф}$

$$P = \frac{1 + Qkwr}{1 + kwr}$$

При $1 \leq P < P$. Скорость груженого велосипедиста $V,с$ на спуске будет больше $V,СС$, а при $P > P$. $V,с \leq M?с$ (при свободном спуске $V,с \geq V,с$ при $P \leq P$) - таким образом, слишком габаритный груз может даже замедлить велосипедиста на спуске.

Максимальное увеличение скорости на спуске дает груз, увеличивающий коэффициент аэродинамического сопротивления.

Вспоминая, что $1 + k\epsilon \gg w, r = k\epsilon / -$ можно уравнение относительно представить и в таком виде –

.. .. /- $Q/\pi (1 - 1/k\epsilon) / -$ – $1/ Rk\epsilon / - = 0$, а также

$P = Q - Q - 1/k\epsilon / -$ из этой формулы видно, что чем круче спуск, а значит больше $k\epsilon$, тем ближе P к Q , чем положе спуск, тем ближе P к 1. Т.е. крутые спуски будут разгонять велосипедиста даже с грузом со значительным аэродинамическим сопротивлением в то время как для «пологого» спуска это может оказаться и не под силу (если P будет $\geq P$..).

Каждый велосипедист характеризуется тремя эмпирическими параметрами – средней мощностью N , своей массой (или весом) и коэффициентом аэродинамического сопротивления на своем велосипеде при данной температуре и оптимальной посадке. Эти 3 параметра определяют 3 «эталонных» скорости каждого велосипедиста – максимальную скорость на равнине при отсутствии ветра $V,р = \dots N / ..$. Максимальную скорость своего вертикального спуска $V,вс = \sqrt{Mg / ..}$ и максимальную скорость вертикального подъема $V,вп = N / Mg ..$.

$V,р$ и $V,вп$ будут максимальными в том смысле, что определяющая их мощность, развиваемая велосипедистом будет на касательной.

Все 3 скорости не зависят от рельефа дистанции, а зависят только от параметров самого велосипедиста, являясь пред-ми при движении по горизонтали, вверх и вниз по вертикали все 3 скорости связаны между собой, посредством силовой

$$\text{яцть } w = Mg / (.. ..) .. N -$$

$$V,р = w V,вп$$

$$V,вс = \sqrt{w} V,р = w \sqrt{..} V,вп$$

Следовательно, $V,в/V,вп = w / - = V,р / - / V,вп$ ш/ - поэтому $V,вс$ ш/ $V,вп = V,р / -$ из этих скоростей лишь $V,р$ реально достигается велосипедистом, а $V,вс$ и $V,вп$ могли бы быть достижимыми при вертикальном спуске или подъеме. Поэтому наиболее удобным представляется выражать скорость велосипедиста через $V,р$ и отслеживать на нее влияние различных факторов, хотя с помощью яцть w можно легко перейти $V,вс$ или к $V,вп$ и так при условии, что велосипедист будет развивать максимальную мощность, можно написать –

$V,вп < V < V,вп$ или $V,р/w < V < \sqrt{w}$ ш или $V,р/w < V < \sqrt{w}$ ш $V,р$ (при отсутствии ветра). Это гигантский диапазон скоростей, на который практически не оказывает никакого влияния наличие ветра, что при ветрах, которые могли бы вывести скорость велосипедиста из этого интервала никто не ездит!

Благодаря существующей связи между 3-мя «эталонными» скоростями велосипедиста реальную скорость движущегося велосипедиста можно всегда выразить через любую из 3-х, но поскольку «главным» параметром, определяющим скорость движения и ее изменения является развиваемая велосипедистом мощность N (скорость срв-я р-ты), то удобнее придать скорость велосипедиста так, чтобы связь мощности и скорости была наиболее простой и наглядной - на «крутых» подъемах превалирует вертикальная скорость подъема $V,вп$, а на «крутых» спусках – $V,с$, ибо развиваемая «гравитационная» мощность велосипедиста на таких спусках существенно преобладает над его собственной и поэтому $V,с$ будет близка к $V,с$. К примеру, вот как будет выглядеть $V,с$, имеем –

$$V,с = k \gg V,с,$$

$$k \gg / \sqrt{w},$$

$$V,вп = k \gg \sqrt{k \gg} r / k - 1 \quad V,вс = \sqrt{k \gg} / -, k \gg / - = 1$$

$$V,с = \sqrt{1б + ж1 / k \gg} / - 1 ..,$$

$$V,с = k = (1 + .. 1 .. / -, k \gg / - 1 ..) V,с$$

отсюда видно, что на «крутых» спусках V_{cc} достаточно хорошо апп-ет V_c . Более того, Суммарная мощность, развиваемая велосипедистом на спуске, будет тогда представляться как

$$V_{cc} = \frac{V_c \cdot (1 + \frac{1}{k} - 1)}{3} \cdot V_{cc} \quad k = (1 + 3) \cdot V_{cc}$$

$$k = \frac{V_{cc}}{V_c} - 1 \cdot V_{cc}$$

т.е. развиваемая мощность пропорциональна кубу V_{cc} .

Теперь попробуем применить результаты анализа скоростных режимов движения велосипедиста для группы велосипедистов. Каждый велосипедист характеризуется 3-мя практически неизвестными параметрами – N и \dots , которые будут для всех членов группы будут распространяться в некоторых интервалах –

$$N_{\min} \leq N \leq N_{\max} \quad \text{и} \quad \dots \leq \dots \leq \dots$$

$$\text{и} \quad \dots \leq \dots \leq \dots$$

$$\text{и} \quad \dots \leq \dots \leq \dots$$

т.е. концы интервалов значений параметров определяются их \dots и \dots значениями для членов группы при этом параметры N и являются динамическими, т.е. входу движения они могут меняться, изменяя соответствующую им скорость, остальные параметры m_1 и a_2 по ходу движения (если не менять посадки) не изменены. Поскольку скорость движения функция мощности, то изменение ее влечет изменение скорости, поэтому под мощностью N мы будем понимать ее максимальное среднее значение, за достаточный промежуток времени (несколько минут).

Какими характеристиками нужно обладать, чтобы быть самым «быстрым» гонщиком из этой группы, т.е. любую заданную дистанцию пройти с наивысшей средней скоростью иными словами, каким должен быть потенциальный чемпион. Самое простое, что гарантировано, обеспечит чемпионство, это иметь максимальными все 3 «эталонных» скорости. Это условие обусловит превосходство на равнине, спусках и подъемах – это условие вполне может быть выполнимо в группе велосипедистов с различной подготовкой, разнополой или разновозрастной, но в достаточно однородной группе (спортсменов-профессионалов). Найти обладателя всех 3-х \dots ..-т достаточно проблемно, но обладать \dots ой V_{cc} , если конечно дистанция не представляет собой сплошной спуск, совершенно не обязательно – на спусках у всех скорости достаточно высокие и близкие друг к другу, поэтому и разница во времени будет незначительной.

Поэтому, обладание только 2-мя \dots V_p \dots V_{vp} также может обеспечить чемпионство. Обладание же только одним \dots V_p или V_{vp} уже не гарантирует первенства на любой дистанции, всё будет зависеть от соответствия равнинных и рельефных участков дистанции. Таким образом, если в группе есть велосипедист, развивающий наибольшую мощность и обладающий \dots и массой, то это потенциальный чемпион на любой реальной дистанции и при любых ветрах, но на самом деле достаточно выполнения более слабого условия – иметь

$$\dots = \frac{N}{a} \quad \text{и} \quad \dots = \frac{N}{b}$$

Следует заметить, что на равнине

$$\dots = \frac{N}{a} \quad \dots = \frac{N}{b}$$

Т.е., если \dots , и \dots , достаточно близки друг к другу, то \dots , тем более близок к 1, поэтому

$$\dots = \frac{N}{a} \cdot \frac{a}{b}$$

На равнине относительная разница скоростей велосипедистов в их относительной разнице мощностей.

Это проявляется кубической зависимостью мощности от скорости. Чтобы скорость на равнине увеличилась в 2 раза нужно, чтобы мощность возросла в 8 раз, а увеличение скорости на 10% потребует увеличения мощности на 30%. Вот почему так трудно оторваться от группы на равнинном участке во время гонки, когда все идут на пределе возможностей.

На «крутых» подъемах будет –

$$\dots = \frac{N}{a} \quad \dots = \frac{N}{b}$$

$$K = \frac{V_{vp}}{V_p} = \frac{M}{M_0} \cdot \frac{N}{N_0} \quad \text{где } M - \frac{M}{M_0}$$

на подъеме скорость велосипедиста начинает линейно зависеть от мощности, и поэтому во сколько раз отличаются мощности почти во столько же раз будут отличаться скорости (при $M > 1$ – отличие даже увеличивается, при $M < 1$ – несколько уменьшается). Поэтому на «крутом» подъеме относительная разница скоростей велосипедистов может быть больше, чем на равнине и на достаточно длинных подъемах, что может сильно раст-ся.

Вот почему большинство отрывов на гонках происходит на подъемах.

На «крутых» спусках будет

$$V_{с/V,с} = \sqrt{1 + 1/k_{\dot{e}} / (-1,)} \dots / \sqrt{1 + 1/l_{\dot{e}} / (-1,)}, V_{сс/V,сс}$$
$$k = V_{сс/V,сс} = V_{вс/V,вс} = \sqrt{a_{\dot{e}} / a_{\ddot{e}}} \dots \sqrt{M_{\dot{e}} / M_{\ddot{e}}}, \quad k = \sqrt{l_{\dot{e}} / M_{\dot{e}}},$$

Если $a_{\dot{e}}$ и $a_{\ddot{e}}$ достаточно близки. Таким образом, на «крутых» спусках разница в скоростях группы будет определяться разницей их масс, но из-за квадратной зависимости между массой и скоростью на спуске, скорости велосипедистов всегда будут отличаться меньше, чем их массы, например, чтобы $V_{с/V,с} = 1,1$ требуется чтобы $M_{\dot{e}} / M_{\ddot{e}} = 1,21$.

Следовательно, только большая разница в массе приведет к значительной разнице в скорости на спусках.

Как известно, между мужчиной и женщиной имеются достаточно большие антропологические различия. Представляется весьма интересным, сравнить их «скоростные потенциалы» при движении на велосипеде. Сразу оговоримся, расчет будет весьма «условным» - будем сравнивать различие между «средним» мужчиной и «средней» женщиной.

Итак, будем считать –

$$N_{ж} = 1, N_{м}$$

$$M_{ж} = 2, M_{м}$$

$$A_{ж} \quad k = 0,9 a_{м}$$

$$\text{Тогда } w_{ж} = M_{\dot{e},ж} \text{ ш д / ... ша } \dot{e},ж \text{ ш } N_{ж} \epsilon / \dots = 2 / -0,9, \quad 0,25 \dots w_{м} \quad k = 1,1 \quad w_{м}$$

Т.е. $w_{ж} > w_{м}$, что влечет большую «чувствительность» к рельефу – на одном и том же подъеме отн-е замедл-е

$V_{п/V,р}$ будет более значимым чем у мужчины, равно как и на спуске возрастание скорости будет больше (относительное). а на равнинном участке будет –

$$V_{вж/V,рм} = \dots N_{м} / a_{м} = \dots 0,5 / 0,9 \dots \quad k = 0,82$$

Таким образом, даже располагая полной мощностью, велосипедистка будет держать скорость порядка 80% больше $V_{рм}$ (кубическая зависимость между N и $й$).

На «крутых» подъемах –

$$V_{ж/V,мп} = (1 - k_{ж} \text{ ш } / \dots) V_{ГВП} / (1 - \dots k_{м} / ж \text{ ш }) V_{мп} \quad k = 1 \dots k_{п,м} / 2 - m_{м} \dots / N_{м} / m_{м} = 0,75$$

Причем, поскольку $k_{ж} > k_{м}$, тобто $V_{жп} / V_{мп} < 0,75$ всегда. (чуть больше 0,75).

Таким образом, на подъеме «средней» велосипедистки от «среднего» велосипедиста увеличится до 25%, а вот на «крутых» спусках будет следующая картина –

$$V_{жс/V,мс} = \sqrt{1 + 1/k_{ж} / \dots 1 \dots} / \sqrt{1 + 1/k_{м} \dots} - 1 \quad V_{жсс/V,мсс}$$
$$k = V_{жсс/V,мсс} = \sqrt{m_{жшд} / a_{жш} \dots / m_{мшд} / a_{м} \dots} = \sqrt{2 / 0,9} \quad k = 0,86,$$

причем в силу того, что $k_{ж} > k_{м}$, всегда будет – $V_{жк} < 0,86 \quad V_{мс}$.

Таким образом, на спусках относительное скоростное отставание велосипедистки несколько уменьшится дойдя до 14%.

Таким образом, чтобы велосипедисту и велосипедистке ехать со скоростью велосипедистки, велосипедисту достаточно развивать на равнине $0,55 N_{м}$, а на подъемах – до $0,75 N_{м}$. а на «крутых» спусках ее вообще, по-видимому можно снизить до 0. (это можно определить из условия –

$$V_{мсс} = V_{жс}$$

$$\text{Что дает } - 1,16 = \sqrt{1 + 1/k_{жш} \dots} - 1 \dots$$

$K_{ж} \quad k = 1,57$, следовательно, $r \quad k = 1,83 / w_{ж}$, т.е. на более пологих подъемах велосипедист еще может слегка подкручивать. При $r < 1,83 / w_{ж}$, а при $r \geq 1,83 / w_{ж}$, можно вообще не крутить.

И так, если «средний» велосипедист будет ехать с максимальной скоростью «средней» велосипедистки, то ему достаточно развивать $0,55 N_{м}$ на равнине, $0,75 N_{м}$ на подъеме и снижать свою мощность до 0 на спусках, крутизной до $r < 1,83 / w_{жш}$.